

# کاربرد سیستمهای هوشمند در طراحی لرزه‌ای سازه‌ها بر مبنای تغییر مکان

## Application of Artificial Intelligence for Displacement Based Seismic Design of Structures

محمد صافی<sup>۱</sup> و محسن تهرانی‌زاده<sup>۲</sup>

۱- دانشکده عمران، دانشگاه صنعت آب و برق، تهران، ایران

۲- دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

Email: mohsafi@yahoo.com

**چکیده:** لازمه و ظرفیت سازه در نظر گرفتن رفتار سازه در حالت غیرارتجاعی یا پلاستیک است. در طراحی بر اساس عملکرد جهت تأمین شکل پذیری و میرایی یا جذب انرژی مناسب در سازه لازم است بررسی پاسخ سازه به حالت غیرارتجاعی و دینامیکی گسترش داده شود که این مسأله باعث افزایش تعداد پارامترهای طراحی و تحلیل می‌گردد. با توجه به قابلیتهای شبکه‌های عصبی در تحلیل و پردازش سریع اطلاعات به نظر می‌رسد با استفاده مناسب از آنها بتوان ضمن کاهش نیاز به تعیین دقیق تمام پارامترهای موجود، صرفه‌جویی قابل ملاحظه‌ای در هزینه و زمان انجام داد. در این مقاله کاربردهای شبکه‌های عصبی در طراحی و ارزیابی لرزه‌ای بر مبنای تغییر مکان مورد بررسی قرار گرفته و قابلیت آنها در گامهای مختلف تحلیل و طراحی مورد بررسی کمی و کیفی قرار گرفته است.

**کلید واژه‌ها:** طراحی بر مبنای تغییر مکان، شبکه عصبی، ارزیابی لرزه‌ای، عملکرد، مفصل پلاستیک

**Abstract:** Displacement based seismic design usually requires nonlinear dynamic or static analyses to assess the performance level of the structure under seismic action. To trace the exact performance point of a structure these analyses should sometimes be repeated several times. Analysis iterations mainly depend on the initial design and performance of the structure. In this paper an intelligent system has been presented for estimation of plastic hinge distribution and lateral ductility distribution of steel structures based on direct displacement based design procedure. The method has been applied to the steel braced frames with concentric and eccentric bracing systems in low, medium and high rise buildings. Finally the intelligent system has been verified using nonlinear dynamic analysis.

### ۱- مقدمه

لازمه طراحی بر اساس عملکرد و ظرفیت سازه و تأمین شکل پذیری و میرایی یا جذب انرژی مناسب در سازه، در نظر گرفتن رفتار سازه در حالت غیرارتجاعی یا پلاستیک است. در این حالت لازم است تحلیلها و بررسی پاسخ سازه به حالت غیرارتجاعی و دینامیکی گسترش داده شوند که این مسأله خود منجر به افزایش تعداد پارامترهای طراحی و تحلیل می‌گردد [۲]. از طرفی برای انجام طراحی لرزه‌ای و نیز تحلیل طیفی یا دینامیکی نیاز به پردازش اطلاعات ثبت شده از زمین‌لرزه‌ها می‌باشد که خود حجم گسترهای از اطلاعات ورودی طراحی و تحلیل را تشکیل می‌دهد. در این موارد به نظر می‌رسد با متولّشدن به ابزار تحلیل و پردازش سریع اطلاعات مانند شبکه‌های عصبی بتوان ضمن کاهش نیاز به تعیین دقیق تمام پارامترهای موجود، صرفه‌جویی قابل ملاحظه‌ای در هزینه و زمان انجام داد.

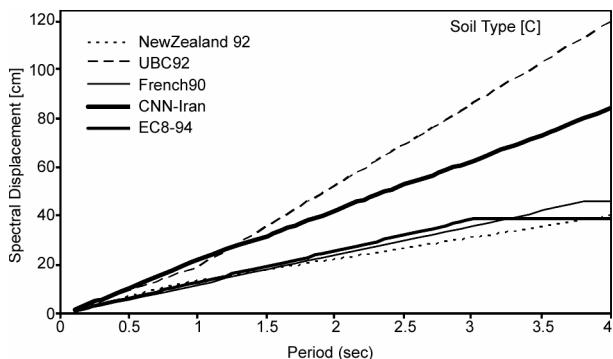
در مسأله بررسی رفتار سازه در هنگام زلزله، تغییرشکل توصیف مناسبتری از رفتار سازه نسبت به نیرو بدست می‌دهد، به عبارتی در نظر گرفتن تغییر مکان تقاضای اعضاء بجای ضربه رفتار کلی برای سازه، بیان کاملتری از عملکرد آن خواهد داشت. از طرف دیگر خسارات سازه‌ای با معیارهای تغییرشکلی بهتر و دقیقتر قابل ارزیابی هستند. نیروی ناشی از زلزله تابع مستقیم میرایی و استهلاک انرژی و نیز حداکثر خرابی قابل تحمل هر عضو می‌باشد، که همگی ارتباط مستقیم با تغییر شکل دارند. لذا به نظر می‌رسد روش طراحی بر مبنای تغییر مکان روش مناسبتری برای طراحی ساختمانها نسبت به روش‌های نیرویی باشد. در مقابل، تعیین این روش طراحی برای سازه‌های پیچیده چند درجه آزادی بدليل مشکلات توانم با تعریف مستقیم سازه تک درجه آزادی معادل، کار چندان ساده‌ای نیست. ضمن این که تعریف دقیق حالات حدی تغییر شکلی برای سازه‌ها نیز مشکل است [۱].

همین فصل آمده است.

۷- محاسبه سختی مؤثر  $K_{eff}$  که عبارت است از:

$$K_{eff} = \frac{4\pi^2 M_{eff}}{T_{eff}^2} \quad (1)$$

که در آن  $M_{eff}$  همان جرم مؤثر سیستم یک درجه آزادی معادل است. برای یک سیستم یک درجه آزادی جرم مؤثر در واقع درصدی از کل جرم است که در مد ارتعاشی در نظر گرفته شده فعال می‌باشد.



شکل ۲- طیف تغییرمکان ایران برای خاک نوع دو و مقایسه آن با طیفهای آیین نامه‌ای دیگر.

۸- محاسبه تقاضای برش پایه:

$$V_{base} = K_{eff} \cdot \Delta_{max} \quad (2)$$

که در آن  $K_{eff}$  در واقع همان سختی ثانویه در هنگام رفتار غیرارتجاعی است.

۹- طراحی اعضا یا انتخاب عضو سازه‌ای برای تحمل برش پایه  $V_{base}$ . در این مرحله طرح اولیه آمده است و سازه برای تحلیل محاکمی شود، لذا سختی ارتجاعی و تغییرمکان تسلیم جدید نیز بدست می‌آیند. در صورت تغییر قابل توجه اعضا ی ۹ گام نسبت به فرض اولیه، مراحل فوق تکرار می‌شود. شکل تغییر یافته و مراحل ۶ تا ۹ تا زمانی که جواب مناسب بدست بیاید اصلاح و تکرار می‌گردد.

## ۱۰- فرمول بندی روش برای سازه یک درجه آزادی

در حالت کلی می‌توان فرمول بندی سیستم یک درجه آزادی معادل را به صورت زیر درآورد. اگر با توجه به شکل (۳) معادله حرکت سیستم دینامیکی به صورت زیر نوشته شود:

$$M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + KU(t) = -M\phi\ddot{u}_g \quad (3)$$

که در آن  $\phi$  تابع شکل تغییر یافته سازه باشد و داشته باشیم:

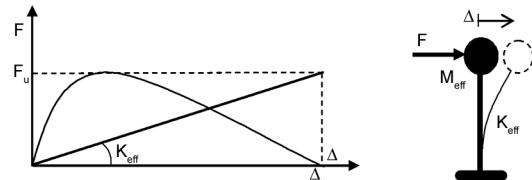
$$U(t) = \phi u(t) \quad (4)$$

$$\dot{U}(t) = \phi\dot{u}(t) \quad (5)$$

$$\ddot{U}(t) = \phi\ddot{u}(t) \quad (6)$$

## ۱۱- طراحی لرزه‌ای بر مبنای تغییر مکان

در این روش یک سیستم تک درجه آزادی معادل غیرارتجاعی با خواص جایگزین یعنی سختی مؤثر  $K_{eff}$ , پریود مؤثر  $T_{eff}$ , میرایی مؤثر  $M_{eff}$  و جرم مؤثر  $M_{eff}$  مدل شده و حداقل تغییرمکان سیستم جایگزین با استفاده از خواص معادل و طیف تغییرمکان ارتجاعی زلزله محاسبه می‌گردد. همانطور که در شکل (۱) دیده می‌شود در سیستم جایگزین با استفاده از مفهوم سختی معادل می‌توان تغییرمکان غیرارتجاعی سیستم را تخمین زد [۳].



شکل ۱- اطلاعات پایه مربوط به سیستم یک درجه آزادی.

## ۱۲- فرمول بندی روش برای سازه یک درجه آزادی

مراحل روش طراحی بر مبنای تغییرمکان برای یک سازه فولادی با استفاده از مفهوم سیستم تک درجه آزادی جایگزین بصورت زیر است [۴-۵]:

۱- تخمین تغییرمکان تسلیم سازه ۴. به عنوان مثال برای سازه مهار بندی شده با صرفنظر از تغییرشکل ستون این تغییرمکان تابعی از هندسه و مصالح مهار یعنی نیروی جاری شدن  $F_y$ , مدول ارتجاعی  $E$  آن است و به سطح مقطع آن بطور مستقیم بستگی ندارد.

۲- انتخاب تغییرمکان حداقل غیرارتجاعی  $\Delta_{in}$  که بستگی به حداقل ظرفیت شکل‌پذیری سازه دارد.

۳- در این مرحله حداقل تغییرمکان سیستم  $\Delta_{max}$  که جمع  $\Delta_{in}$  و  $\Delta_{in}$  است، بدست می‌آید که شکل تغییر یافته سازه را مشخص می‌سازد.

۴- تعیین مقدار مناسب میرایی مؤثر،  $K_{eff}$  که به تراز شکل-پذیری انتخاب شده در گام ۲ بستگی دارد.

۵- انتخاب طیف پاسخ تغییرمکان مناسب که بستگی به حرکات زمین دارد. در اینجا از طیف تهیه شده برای خاک نوع دو ایران استفاده شده است (شکل ۲).

۶- تعیین پریود مؤثر  $T_{eff}$  متناظر با  $\Delta_{max}$  و  $K_{eff}$  که از روی طیف پاسخ تغییرمکان ارتجاعی بدست می‌آید. بدین منظور تعدادی طیف پاسخ تغییرمکان با میرایی‌های مختلف مورد نیاز است. این طیفها با انتگرال‌گیری عددی از معادله حرکت یک سیستم تک درجه آزادی تحت زلزله متناسب با موقعیت سازه بدست می‌آیند که جزئیات آن در ادامه در

آنها، و یا به عبارت دیگر الگو برداری از رفتار آنها بعنوان یک تکنیک محاسباتی ارائه شده‌اند. توانایی بسیار بالای شبکه اعصاب موجودات زنده در دسته‌بندی و ذخیره اطلاعات، سرعت پردازش بالا، توجه به محتوای اطلاعات ورودی، عدم حساسیت به خطأ و قابلیت پردازش و تصمیم‌گیری در برابر ورودی‌های ناقص یا اشتباه، امکان ادامه کار با وجود از بین رفتن قسمتی از شبکه یاسلولهای عصبی و خصوصیاتی از این قبیل باعث شده است که، توجه و تلاش خاصی برای شناخت رفتار آنها صورت گیرد. در میان شبکه‌های عصبی مصنوعی موجود، یکی از پرطرفدارترین آنها شبکه‌های عصبی مصنوعی پس انتشار خطا هستند. در هنگام کار با این شبکه، ابتدا اطلاعات از طریق گره‌های ورودی وارد شبکه شده و به لایه‌های میانی و سپس به گره‌های خروجی منتقل می‌شود. در این مرحله هیچ عمل برگشتی صورت نمی‌پذیرد. پس از این مرحله خروجیها با مقادیر هدف مقایسه شده و خطای شبکه محاسبه می‌شود. در مرحله آخر، این خطأ در جهت عکس در شبکه توزیع شده و وزنهای ارتباطات واحدهای شبکه را اصلاح می‌نماید. بدین ترتیب، عمل برگشتی شبکه در مرحله آموزش صورت می‌پذیرد و رفتار کلی این شبکه پیشرو است.

### ۱-۳- الگوریتم شبکه‌های عصبی پس انتشار خطا

آموزش شبکه پس انتشار خطا شامل مراحل زیر است:

- ۱- مقادیر کوچک تصادفی برای وزنهای ارتباطی شبکه و مقادیر بایاس فرض می‌شود.
- ۲- هر عصب ورودی علائم را دریافت کرده و به لایه داخلی انتقال می‌دهد.

۳- برای ورود به هر لایه داخلی علائم ورودی وزن دار شده و با هم جمع می‌شوند و با اضافه‌شدن مقدار مربوط به گره کمکی مقدار فعال گره بدست می‌آید:

$$Z_h^{in} = v_h + \sum_{i=1}^I x_i w_{ih} \quad (18)$$

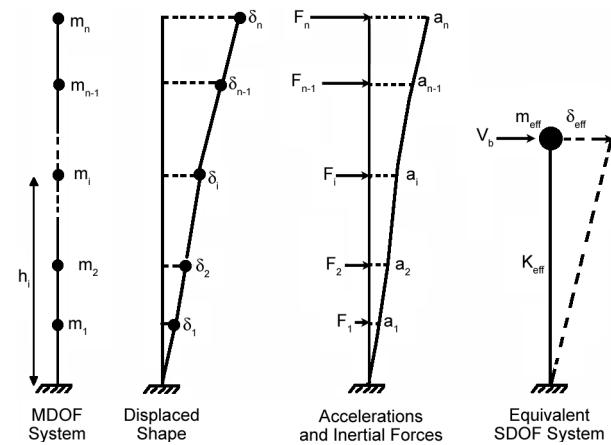
۴- با استفاده ازتابع تحریک علائم خروجی محاسبه می‌شوند و به لایه بعدی انتقال می‌یابند تا نهایتاً به لایه خروجی برسند:

$$Z_h^{out} = f(Z_h^{in}) \quad (19)$$

۵- در هر گره خروجی علائم ورودی وزن دار شده باهم جمع می‌شوند و با اضافه‌شدن مقدار مربوط به گره کمکی، مقدار فعل گره خروجی بدست می‌آید:

$$Y_u^{in} = v_u + \sum_{h=1}^H x_h w_{hu} \quad (20)$$

۶- با استفاده ازتابع تحریک علائم خروجی گره تعیین می‌شوند:



شکل ۳- سیستم چند درجه آزادی و سیستم تک درجه آزادی معادل.

با جایگزینی در رابطه اول خواهیم داشت:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -l\ddot{x}_g \quad (7)$$

که در آن پارامترهای سیستم معادل عبارتند از:

$$m = \phi^T M \phi \quad (8)$$

$$c = \phi^T C \phi \quad ( )$$

$$k = \phi^T K \phi \quad ( )$$

$$l = \phi^T M l \quad (11)$$

با فرض اینکه  $\phi^T M l = \phi^T M 1$  رابطه فوق به صورت زیر در می‌آید:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{x}_g \quad (12)$$

که با حل آن پاسخ دینامیکی سازه یک درجه آزادی معادل به دست می‌آید:

$$u(t) = \frac{\phi^T M \phi}{\phi^T M 1} \quad (13)$$

و پاسخ مؤلفه‌های سیستم چند درجه آزادی نیز عبارت خواهد بود از:

$$u_i(t) = \frac{\phi_i^T M U(t)}{\phi_i^T M 1} \quad (14)$$

$$\dot{u}_i(t) = \frac{\phi_i^T M \dot{U}(t)}{\phi_i^T M 1} \quad (15)$$

$$\ddot{u}_i(t) = \frac{\phi_i^T M \ddot{U}(t)}{\phi_i^T M 1} \quad (16)$$

و نهایتاً برش پایه سیستم را نیز می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\phi_i^T K \phi_i u(t) = \omega_i^2 \phi_i^T M \phi_i u(t) = \omega_i^2 \phi_i^T M l u(t) = \quad (17)$$

$$\omega_i^2 K l u(t) = l^T F(U) = V_b$$

### ۳- شبکه‌های عصبی پس انتشار خطا

شبکه‌های عصبی مصنوعی مدل‌های ریاضی هستند که برای شبیه‌سازی رفتار سلولهای مغزی و به منظور بررسی نحوه عملکرد

می‌شوند. عمل مقیاس کردن داده‌ها بصورت زیر انجام می‌گیرد:

$$\hat{x}_i = \frac{(x_i - x_{i-min})}{(x_{i-max} - x_{i-min})} \quad (35)$$

که در آن  $x_i$  ورودی خام و  $x_{i-min}, x_{i-max}$  به ترتیب مقدار حداکثر و حداقل  $x$  در ورودی می‌باشند. با اینکار مقدار خروجی نیز بین صفر و یک خواهد بود، که با یک مقیاس معکوس به داده‌های واقعی تبدیل خواهد شد. دلیل اینکه وزنهای سیناپسی در لایه ورودی وجود ندارد این است که گرههای این لایه اطلاعات را تغییر نداده و آنها را به لایه‌های میانی مستقیماً منتقل می‌کنند. در یک شبکه پس انتشار فرض می‌شود که، یک گره با تمام گرههای لایه‌های مجاور ارتباط دارد و در یک لایه ارتباط جانسی وجود ندارد یعنی عملکرد موازی می‌باشد. بایاس مانند یک گره اضافی مجازی عمل می‌کند و میانگین ورودی را به محدوده مناسب مقیاس می‌کند. این کار روشی برای کاهش بار آموزش وزنهای از گرههای پائین‌تر به گره مورد نظر است بطوریکه، آنها مجبور به استفاده از ورودی مقیاس شده نباشند. ضریبی که در حاصلضرب اوزان در ورودیها ضرب می‌شود، در نرخ آموزش تأثیر دارد که این ضریب به خروجی هم اعمال می‌شود و معمولاً زمانی است که، گره بخواهد خصوصیات خاصی را تعمیم بدهد.

#### ۴- روش هوشمند طراحی بر مبنای تغییرمکان

ابزار هوشمند به عنوان زیر سیستم در الگوریتم کلی طراحی لرزه‌ای بر مبنای عملکرد بکار گرفته و سعی شده است در استفاده از این ابزار شرایط و اهداف زیر حاصل شود:

- ۱- کاهش حداکثر زمان و هزینه اجرای الگوریتم طراحی بر مبنای تغییرمکان؛
- ۲- حفظ دقت و قابلیت اطمینان جوابهای بدست آمده با مقایسه با اطلاعات موجود از تحلیل مستقیم؛
- ۳- کاهش حداکثر پارامترهای خروجی شبکه جهت سهولت حصول همگرایی و نیاز به اطلاعات آموزشی کمتر؛
- ۴- استفاده از متغیرها و شبکه‌های مناسب به منظور کاهش تعداد متغیرهای محاسباتی داخل الگوریتم و کاهش سیکلهای تکرار آن.

در شکل (۴) الگوریتم اصلاح شده روش طراحی لرزه‌ای بر مبنای تغییر مکان با اعمال ضوابط طرح ظرفیت و با شرح موارد استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در طراحی نشان داده شده است. در طراحی ظرفیت سازه در مقابل هر زلزله، همان طوری رفتار می‌کند که برای آن طراحی شده است و نسبت به روش‌های متداول که رفتار آنها معمولاً در برابر زلزله‌های متوسط و شدید قابل پیش‌بینی نیست بسیار کارا است. با اعمال این

$$Y_u^{out} = f(Y_u^{in}) \quad (21)$$

از این به بعد مرحله محاسبه و برگشت خطای می‌باشد.

:

$$\delta_u = (t_u - y_u).f'(Y_u^{in}) \quad (22)$$

:

$$\Delta w_{hu} = \alpha \delta_u z_h \quad (23)$$

$$\Delta v_{hu} = \alpha \delta_u \quad (24)$$

وزنهای و بایاسها برای هر گره خروجی اصلاح می‌شود:

$$w_{hu}^{new} = w_{hu}^{old} + \Delta w_{hu} \quad (25)$$

$$v_{hu}^{new} = v_{hu}^{old} + \Delta v_{hu} \quad (26)$$

- ۱۰- در لایه داخلی ورودیهای خطای لایه خروجی با هم جمع می‌شوند:

$$\delta_h^{out} = \sum_{u=1}^U \delta_u w_{hu} \quad (27)$$

۱۱- خطای لایه پنهان به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta_h = \delta_h^{out}.f'(Z_h^{in}) \quad (28)$$

- ۱۲- عبارات مربوط به اصلاح وزنهای و بایاسها بر اساس خطای بدست آمده و اعمال نرخ آموزش محاسبه می‌شود:

$$\Delta w_{ih} = \alpha \delta_h x_i \quad (29)$$

$$\Delta v_{ih} = \alpha \delta_h \quad (30)$$

۱۳- وزنهای و بایاسها برای هر گره داخلی اصلاح می‌شود:

$$w_{ih}^{new} = w_{ih}^{old} + \Delta w_{ih} \quad (31)$$

$$v_{ih}^{new} = v_{ih}^{old} + \Delta v_{ih} \quad (32)$$

- ۱۴- همگرایی شبکه کنترل می‌شود و در صورت نیاز از گام ۲ تکرار صورت می‌گیرد.

در الگوریتم فوق اصلاح وزنهای پس از هر آموزش صورت می‌گیرد. این کار می‌تواند پس از یک گروه آموزش نیز انجام گیرد. در این دو حالت خطای شبکه را بر اساس روش مجدد مربعات می‌توان بصورت زیر محاسبه نمود:

الف: در حالتی که اصلاح وزنهای در پایان یک آموزش صورت گیرد:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{u=1}^U (t_u - y_u)^2 \quad (33)$$

ب: در حالتی که اصلاح وزنهای در پایان گروه آموزش انجام شود:

$$E = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^N \sum_{u=1}^U (t_u - y_u)^2 \quad (34)$$

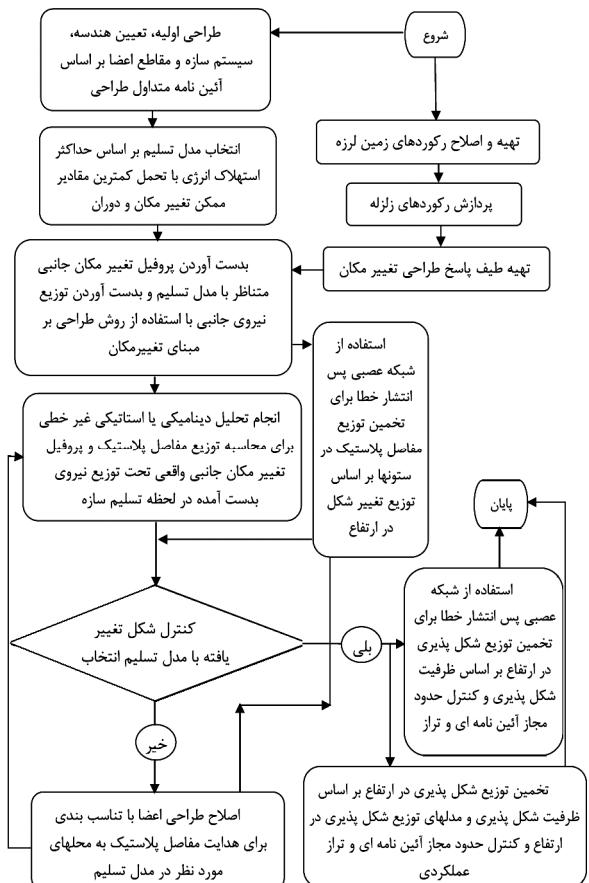
که در آن  $n$  تعداد الگوی آموزش در هر گروه است. همانطور که گفته شد اطلاعات ورودی بصورت تصادفی ذخیره شده و پس از مقیاس آنها بین صفر و یک وارد شبکه

$$\sum M_{pb}^* = \sum (1.1 R_y F_{yb} Z_b + M_y) \quad (38)$$

که در آن  $M_y$  لنگر اضافی ایجاد شده و برابر است با برش موجود در مفصل پلاستیک تیر ضربدر فاصله مفصل پلاستیک تیر از مرکز ستون و  $R_y$  بستگی به نوع فولاد انتخابی دارد و در این حالت برابر  $1/5$  است. بررسیها بر روی نتایج تحلیلهای دینامیکی غیرخطی نشان داده است که با وجود رعایت ضوابط آئین‌نامه‌های طراحی مبنی بر رعایت فلسفه ستون قوی - تیر ضعیف لزوماً نمی‌توان تمام مفاصل پلاستیک را به انتهای تیرها هدایت نمود. دلایل عمدۀ این مسأله می‌تواند ماهیت رندم پدیده زلزله و رکوردهای ایجاد شده، یکسان‌سازی یا دسته‌بندی‌های مقاطع طراحی شده در سازه و نیز رفتار متفاوت اتصالات با جزئیات مختلف در برابر بارهای تناوبی باشد. ایجاد این مفاصل یا رفتارهای غیرخطی پیش‌بینی نشده ممکن است منجر به رفتار نامناسب سازه در برابر زلزله و ایجاد خرابی بیش از مقادیر پیش‌بینی شده گردد. بنابراین باید با تعییه جزئیات مناسب در این مناطق از رفتار نامناسب آنها جلوگیری به عمل آورد. این کار مستلزم پیش‌بینی محلهای ممکن تشکیل این مفاصل در سازه است چرا که تعییه جزئیات طراحی مناسب در ابتدا و انتهای تمام ستونها اقتصادی نیست.

#### ۴-۱- مدل شبکه عصبی برای تخمین توزیع شکل‌پذیری

مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع تقاضای شکل‌پذیری جانبی در شکل (۵) نشان داده شده است. ورودی این شبکه منحنی توزیع سختی جانبی است که با ده نقطه به شبکه داده می‌شود. اگر تعداد طبقات بیشتر یا کمتر از ده طبقه باشد، با درون‌بایی یا میانگین‌گیری با ده نقطه تقریب زده می‌شود. البته خطای این تقریب کاملاً قابل اغماض است. خروجی شبکه هم ده عدد هستند که منحنی شکل‌پذیری تغییرمکانی را تشکیل می‌دهند. این شبکه برای هر تراز عملکردی به صورت جدا طراحی می‌گردد. چرا که نتایج مطالعات تحلیلی نشان داده است که در هر تراز عملکردی سازه در محلهای از رفتار غیرخطی قرار دارد و رفتار آن تحت شتاب نگاشتهای مختلف باعث تغییر قابل توجه در سختی معادل ثانویه آن نمی‌شود. علت انتخاب منحنی توزیع سختی جانبی به عنوان ورودی این است که در تحلیلهای عددی این متغیر بیشترین همبستگی را با پروفیل تقاضای شکل‌پذیری جانبی در هر تراز عملکردی نشان داده است. این شبکه برای انواع سیستمهای مقاوم جانبی در سازه اعم از مهاربندی شده یا خمشی و سایر سیستمهای براحتی قابل تشکیل است.



شکل ۴- طراحی عملکردی سازه‌های فولادی به کمک شبکه‌های عصبی.

فلسفه، ظرفیت شکل‌پذیری سازه افزایش می‌یابد؛ لذا در زلزله‌های شدید، که تقاضای شکل‌پذیری ممکن است براحتی قابل محاسبه نباشد، حاشیه اینمی کافی فراهم می‌آید. همچنین ارتباط دقیقتری بین شکل‌پذیری کلی سازه و شبکه‌بندی‌های اعضاء و مفاصل می‌توان پیدا نمود. طراحی ظرفیت به این معنی است که یک عضو یا اتصال تحت مکانیزم خاصی انرژی را جذب یا نیروی وارد را تحمل می‌کند و سایر اعضای متصل به آن برای تمام ظرفیت آن عضو در محدوده آئین‌نامه‌ای طراحی می‌شوند مانند شرط تیر ضعیف - ستون قوی که برای برآورده کردن آن در قابهای خمی در محل برخورد تیرها و ستونها باید [۶]:

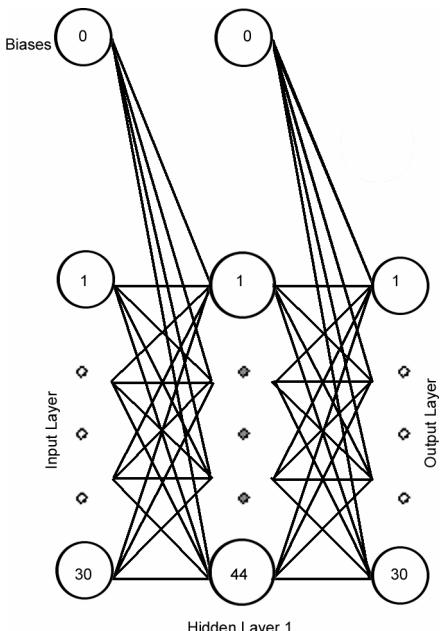
$$\frac{\sum M_{pc}^*}{\sum M_{pb}^*} > 1 \quad (36)$$

که در آن  $\sum M_{pc}^*$  مجموع لنگر پلاستیک در ستونهای بالا و پائین است که با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum M_{pc}^* = \sum Z_c (F_{yc} - \frac{P_{uc}}{A_g}) \quad (37)$$

که  $Z_c$  مدول پلاستیک ستونها،  $F_{yc}$  حداقل تنش تسلیم مشخصه،  $A_g$  سطح مقطع خالص ستون و  $P_{uc}$  مقاومت فشاری مورد نیاز ستون است.  $\sum M_{pb}^*$  مجموع لنگر پلاستیک در تیرها است و برابر است با:

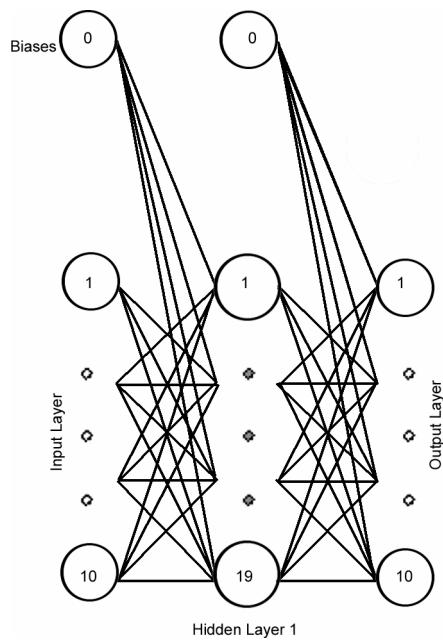
است. در این حالت برای جلوگیری از ایجاد مکانیزم طبقه نرم تعداد مفاصل پلاستیک در ستونها باید کنترل شود و در صورتیکه این مفاصل زیاد باشند ستونهای آن طبقه باید تقویت شوند. مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع مفاصل پلاستیک در ستونها بر اساس پروفیل تقاضای تغییرشکل جانبی در شکل (۶) نشان داده شده است.



شکل ۶- مدل شبکه عصبی برای تخمین تعداد مفاصل پلاستیک در ستونهای هر طبقه.

#### ۴-۳- روش هوشمند ارزیابی نیرویی و تغییر مکانی عملکرد سازه‌های موجود

در ارزیابی رفتار سازه‌ها هدف، محاسبه ظرفیت مقاومت و شکل‌پذیری به جای نیاز مقاومت و شکل‌پذیری است، که خود مستقیماً به خصوصیات لرزه‌خیزی منطقه بستگی دارد. برای سازه‌های موجود مشکل اصلی فراهم‌آوردن شکل‌پذیری است و نه مقاومت در برابر بارهای جانبی. در این سازه‌ها جزئیات اجرایی ضعیف و عدم رعایت فلسفه طراحی ظرفیت باید مورد اصلاح قرار گیرند، که اولی باعث کاهش مقاومت و دومی باعث مقدم شدن مدهای خرابی ترد می‌شود (مانند برش طبقه نرم). کاربرد این روشها عمدتاً برای سازه‌های آسیب‌نديده است. در بررسی سازه‌های آسیب‌دیده پس از زلزله علاوه بر وجود پارامترهای جدید در مسئله، باید به اثرات سازه‌هایی مثل میان قابها که در فلسفه طراحی ظرفیت نقش حساسی دارند، توجه کافی مبذول نمود. این نوع سازه‌ها در صورت داشتن توزیع مناسب در ساختمان مقاومت کلی در برابر بار جانبی را افزایش می‌دهند ولی در عین حال، می‌توانند مدهای خرابی ترددتری را پدید آورند [۱۱].



شکل ۵- مدل شبکه عصبی برای تخمین توزیع شکل‌پذیری جانبی.

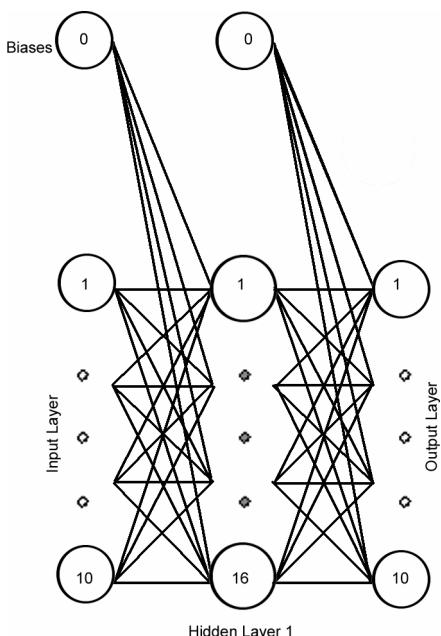
#### ۴-۲- مدل شبکه عصبی برای تعیین محل مفاصل احتمالی در ستونها

این شبکه در این قسمت منحصرأ برای سازه‌های دو بعدی با سیستم مقاوم جانبی قاب خمی تشکیل شده است. در طراحی این شبکه فرض شده است که ستونهای یک طبقه دارای مقطع یکسانی باشند و نیز تیرها هر طبقه نیز از یک ساخته شده باشند و اصولاً سازه متقارن باشد. همچنین فرض شده است که مفاصل پلاستیک در ابتدا و انتهای ستونها تشکیل شوند. تنش تسلیم هم مقدار ثابت برابر  $F_y = 2600 \text{ kg/cm}^2$  در نظر گرفته شده است. توزیع مفاصل پلاستیک در ستونها بستگی مستقیم به خواص شتاب نگاشت زمین و نسبت سختی اعضا دارد. از طرفی نشان داده شده است که اگر سختی ستونهای بالا و پایین متصل به یک تیر یکسان باشد ممکن است توزیع لنگر پلاستیک در آنها متفاوت باشد. در تمام طراحیها نیز شرط آیین‌نامه‌ای ستون قوی تیر ضعیف برای قابهای خاص خمی رعایت شده است.

جهت بررسی عملکرد شبکه، با در نظر داشتن پارامترهای ثابت، محدوده عملکرد شبکه در اینجا سازه ۹ تا ۱۵ طبقه با حداقل ۴ دهانه در نظر گرفته شده و با فرض ثابت بودن مقطع و طول تیرها و ستونها در هر تراز و در هر طبقه، ورودی شبکه یک بردار ۳۰ مؤلفه‌ای متشکل از سختی خمی اعضا طبقه یک بردار ۱۵ نماینده تیرها و ستونها خواهد بود. برای سازه کمتر از ۱۵ طبقه مقادیر مربوط به سایر طبقات صفر در نظر گرفته می‌شود. خروجی شبکه تعداد مفاصل پلاستیک در پائین و بالای طبقه در نظر گرفته شده است یعنی بردار خروجی محتوى ۳۰ عدد

- ۵- محاسبه سختی مؤثر در تغییرمکان حداکثر و پریود ارتعاشی متناظر آن.
- ۶- تعیین میرایی لزجی معادل با توجه به ظرفیت شکل‌پذیری تخمین زده شده و مکانیزم موردنظر.
- ۷- تخمین نیاز تغییرمکان سازه با استفاده از طیف تغییرمکان مناسب بر حسب میراییهای مختلف و دوره بازگشت معین (با توجه به حالت حدی مورد نظر).

۸- مقایسه ظرفیت تغییر مکان با نیاز تغییر مکان.  
شبکه بدست آمده برای ارزیابی بر اساس فرضیات مربوط به مدل شبکه تخمین شکل‌پذیری در شکل (۷) ارائه شده است. این شبکه در شرایط گفته شده دارای یک لایه پنهان با ۱۶ واحد است.



شکل ۷- مدل شبکه عصبی برای ارزیابی لزهای سازه‌ها.

## ۵- مقایسه و ارزیابی عددی صحت نتایج

در این بخش به بررسی کاربردهای عملی روش طراحی ارائه شده با استفاده از مثالهای عددی و مقایسه نتایج آنها با روش‌های موجود می‌پردازیم. با توجه به حجم زیاد تحلیلهای انجام شده و نتایج عددی موجود فقط به ارائه نتایج موردنظر استفاده در ارزیابی و نتیجه‌گیری اکتفا شده است. در ادامه روش ارزیابی نیرویی و تغییرمکانی موردنظر بررسی قرار گرفته است و چگونگی کاربرد شبکه‌های عصبی در ارزیابی سازه‌ای نشان داده شده است. تحلیلهای دینامیکی غیرخطی با استفاده از نرم‌افزار تحلیل غیرخطی DRAIN3DX [۸-۷] و نرم‌افزار تحلیل اجزای محدود ANSYS [۹] و تحلیلهای شبکه‌های عصبی و طراحی‌ها و ارزیابی‌های عملکردی با استفاده از نرم‌افزارهای تهیه شده برای این پژوهش انجام شده است. در شکل (۸) و جدول (۱) هندسه

- روش ارزیابی نیرویی مبتنی بر تعیین مقاومت متحمل در مکانیزم خرابی موردنظر، سختی ثانویه براساس نقطه تسليم و شکل‌پذیری تغییر مکانی کلی بوده و شامل مراحل اصلی زیر است:
- ۱- تخمین مقاومت متحمل خمشی و برشی در مقاطع بحرانی و اتصالات سازه.
  - ۲- تعیین مکانیزم متحمل پلاستیک، مقاومت متناظر و شکل‌پذیری مربوط به آن در حالت حدی موردنظر.
  - ۳- تعیین پریود ارتعاش ارجاعی سازه.
  - ۴- تخمین ضریب شتاب قابل تحمل سازه با تقسیم مقاومت سازه به وزن آن و اصلاح آن با ضرایب اهمیت و غیره.
  - ۵- تعیین طیف شتاب محلی بر اساس حالت حدی موردنظر.
  - ۶- اگر نقطه مربوط به پریود سازه و ضریب شتاب در داخل طیف با شکل‌پذیری متناظر با سازه بیفتاد، سازه باید از نظر مقاومت و شکل‌پذیری تقویت شود که با این کار ممکن است در مکانیزم پلاستیک هم تغییر حاصل شود.
  - ۷- اگر سازه نیاز به تقویت نداشته باشد، با اندازه‌گیری تغییر مکانهای بین طبقه‌ای، مقادیر آنها با مقادیر کنترلی حالت حدی موردنظر مقایسه می‌شود.

با استفاده از روش سازه جایگزین [۱۲] می‌توان پاسخ سازه را براساس تغییر مکانها موردنظر بررسی قرار داد. در این روش پریود  $T$  به سختی اولیه  $K_i$  بستگی نداشته و به سختی مؤثر  $K_{eff}$  در تغییرمکان حداکثر وابسته است. حداکثر نیاز تغییرمکان از طیفهای تغییرمکان با میراییهای لزجی مختلف بدست می‌آید. تراز میرایی بستگی به نیاز شکل‌پذیری و شکل غالب مکانیزم پلاستیک دارد. انرژی مستهلك شده در مکانیزم مفصل در تیرها بیشتر از حالت مفصل در ستونها است. با محاسبه پریود و میرایی معادل، تغییر مکان موردنظر  $4_d$  از روی طیف خوانده می‌شود و با ظرفیت نهایی تغییر مکان مقایسه می‌گردد. ارزیابی سازه به روش تغییر مکانی با توجه به نمودار شامل مراحل زیر است:

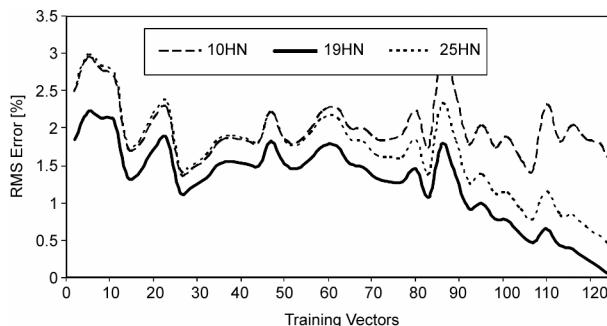
- ۱- تخمین مقاومت متحمل برشی و خمشی مقاطع بحرانی اعضا و اتصالات.

- ۲- محاسبه ظرفیت دوران پلاستیک از تحلیل لنگر- اینجا با توجه به حالت حدی موردنظر و کاهش دوران پلاستیک هر جا که بوسیله مقاومت برشی محدود می‌شود.
- ۳- تخمین ظرفیت تغییر مکان بین طبقه‌ای به کمک ظرفیت دوران پلاستیک.

- ۴- تعیین مکانیزم پس پلاستیک متحمل تغییرمکان سازه، مقاومت برشی متناظر، ظرفیت تغییرمکان کلی سازه و ظرفیت شکل‌پذیری کلی آن.

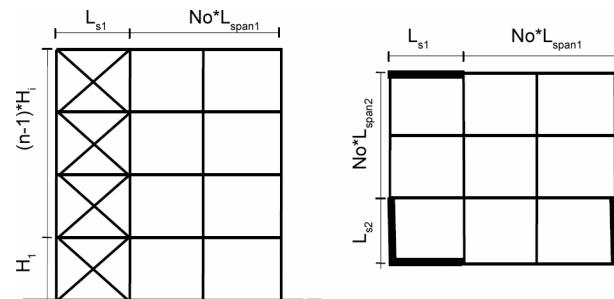
پنهان مختلف مقایسه شده است. برای آموزش این شبکه نتایج ۹۶ مورد از تحلیلهای انجام شده مورد استفاده قرار گرفته است.

نتایج ۱۵ مورد نیز جهت تست شبکه استفاده شده است. در شکل (۱۰) نمونه‌ای از نتایج تست شبکه برای سازه ۹ طبقه با مهاربندی هم مرکز و حداکثر شکل پذیری ۳ نشان داده شده است. در این شکل توزیع شبکه پذیری بدستآمده از تحلیل با نتایج شبکه کورد مورد مقایسه قرار گرفته است و مشاهده می‌شود که خطای تخمین شبکه بسیار اندک است.



شکل ۹- مقایسه عملکرد شبکه تخمین توزیع شبکه پذیری با یک لایه پنهان تعداد واحدهای پنهان مختلف.

و مشخصات سازه‌های مورد تحلیل ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود ساختمانهای ۳ و ۲۰ طبقه به عنوان نماینده ساختمانهای کوتاه، متوسط و بلندمرتبه انتخاب شده‌اند. طراحی اولیه این سازه‌ها با فرض کاربری مسکونی و در منطقه تهران و با استفاده از روش معادل استاتیکی آئین‌نامه ۲۸۰۰ [۱۰] ایران صورت گرفته است. در جدول (۲) نیز مقاطع طراحی شده بر اساس روش طراحی ظرفیت برای سازه ۹ طبقه مهاربندی شده با مهارهای هم مرکز به عنوان نمونه نشان داده است.



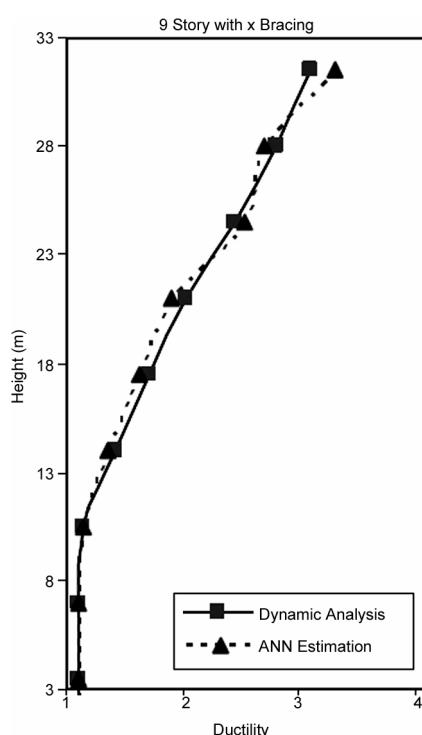
شکل ۸- مشخصات هندسی مثالهای عددی.

جدول ۱: مشخصات هندسی مثالهای عددی (واحدها بر حسب متر).

N Story	H1	(n-1)*Hi	Ls1	No *Lspan1	Ls2	No *Lspan2	l1
3 Story	3.5	2*3.5	2(4.0)	2*4	2(3.5)	2*4	1.5
9 Story	4	8*3.5	2(4.2)	2*4.2	2(3.5)	2*4	1.5
20 Story	4	19*3.5	2(4.2)	3*4.2	2(3.5)	3*4	1.5

جدول ۲: مقاطع اعضا طراحی شده برای سازه ۹ طبقه با مهاربندی هم مرکز.

Story	Exterior Columns	Interior Columns	Braces	Beams
1	IPB400	IPB340	2UNP160	IPE240
2	IPB400	IPB340	2UNP160	IPE240
3	IPB340	IPB300	2UNP140	IPE200
4	IPB340	IPB300	2UNP140	IPE200
5	IPB300	IPB240	2UNP140	IPE200
6	IPB300	IPB240	2UNP140	IPE160
7	IPB240	IPB200	2UNP120	IPE160
8	IPB240	IPB200	2UNP120	IPE160
(Roof) 9	IPB200	IPB160	2UNP120	IPE160



شکل ۱۰- مقایسه نتایج تخمین توزیع شبکه پذیری با نتایج تحلیلی.

## ۵- مدل شبکه عصبی برای تعیین محل مفاسد احتمالی در ستونها

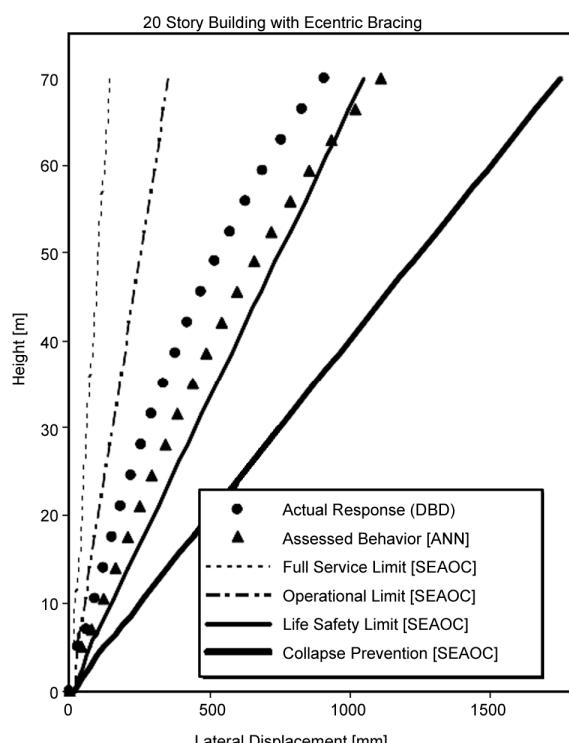
مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع مفاسد پلاستیک در ستونها بر اساس پروفیل تقاضای تغییرشکل جانبی در شکل (۶) نشان داده شد. در شکل (۱۱) عملکرد شبکه تخمین توزیع شبکه پذیری با یک لایه پنهان و تعداد واحدهای

مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع تقاضای شبکه پذیری جانبی در سازه‌های مهاربندی شده در شکل (۵) نشان داده شد که در آن ورودی شبکه منحنی توزیع سختی جانبی و خروجی شبکه هم ده عدد هستند که منحنی شبکه پذیری تغییرمکانی را تشکیل می‌دهند. این شبکه دارای یک لایه پنهان و ۱۹ عصب پنهان در هر لایه است. در شکل (۹) عملکرد شبکه تخمین توزیع شبکه پذیری با یک لایه پنهان و تعداد واحدهای

این مسئله در مورد مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع مفاصل پلاستیک در ستونها بر اساس پروفیل تقاضای تغییرشکل جانبی نیز صدق می‌کند. در هر حال استفاده از این ابزار عملأً زمان کلی طراحی بر مبنای چند تراز عملکردی را به شدت کاهش می‌دهد. در مثالهای ارائه شده متوسط این کاهش زمان نسبت به روش متداول حداقل ۷۶ درصد بوده است. البته این زمان بستگی مستقیم به طرح اولیه و نحوه اعمال ضوابط طراحی شکل‌پذیر در هر تکرار هم دارد.

### ۳-۵- ارزیابی پاسخ به کمک شبکه‌های عصبی

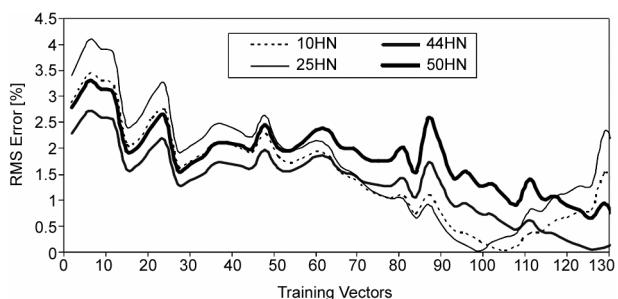
با استفاده از شبکه‌های عصبی می‌توان پاسخ لرزه‌ای سازه‌ها را مورد ارزیابی قرار داد. هدف در ارزیابی عملکردی محاسبه پروفیل تغییرمکان جانبی در حالت رفتار غیرخطی و در برابر زلزله‌های شدید است. مشابه الگوریتم ارائه شده برای شبکه عصبی تخمین توزیع تغییرشکل در ارتفاع، شبکه عصبی توزیع تغییرمکان در ارتفاع طراحی شده است. در آموزش این شبکه از نتایج روش طراحی ارائه شده استفاده شده است و لذا تولید اطلاعات آموزشی نسبت به حالت قبلی یعنی برای شبکه عصبی تخمین توزیع تغییرشکل در ارتفاع سریعتر است. در شکل (۱۳) نمونه‌ای از نتایج ارزیابی به این روش ارائه شده است که در آن پروفیل تغییرمکان جانبی سازه فرضی موجود با مقادیر مجاز آئین‌نامه‌ای ارائه گردیده است. مشاهده می‌شود که روش هوشمند می‌تواند به عنوان ابزار مناسبی برای ارزیابی رفتار لرزه‌ای غیر خطی سازه‌ها به کار رود.



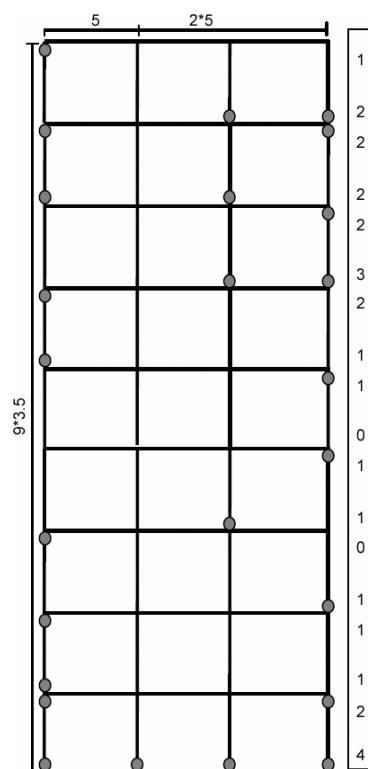
شکل ۱۳- نمونه نتایج ارزیابی به روش هوشمند.

توزیع شکل‌پذیری با یک لایه پنهان و تعداد واحدهای پنهان مختلف مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود شبکه با ۳۸ عصب در یک لایه پنهان بهترین همگرایی را از خود نشان داده است. در شکل (۱۲) نمونه‌ای از نتایج تخمین مفاصل پلاستیک برای قاب خمشی ۹ طبقه نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع تقاضای شکل‌پذیری جانبی در سازه‌های مهاربندی شده با آموزش کافی می‌تواند تخمین خوبی از تقاضای خوبی از شکل‌پذیری نسبت به نتایج به دست آمده از تحلیل دینامیکی بدست بددهد.

ذکر این نکته لازم است که استفاده از چنین ابزاری برای طراحی اولیه و کاهش تکرارها مناسب است ولی برای کنترل نهایی طرح ممکن است قابلیت اطمینان بالای نداشته باشد.



شکل ۱۱- مقایسه عملکرد شبکه تخمین مفاصل ستونها با یک لایه پنهان تعداد واحدهای پنهان مختلف.



شکل ۱۲- مقایسه نتایج عملکرد شبکه تخمین مفاصل ستونها با نتایج تحلیل استاتیکی غیرخطی برای قاب خمشی نه طبقه طراحی شده برای تراز ایمنی جانبی.

National Society of Earthquake Engineering., 29(4), 229-241.

4. Medhekar M.S. and Kennedy D.J.L. (2000). "Displacement Seismic Design of Buildings-Theory", *Int. Jour. of Engrg. Structures*, 22, 201-209.
5. Medhekar, M.S. and Kennedy, D.J.L. (2000). "Displacement Seismic Design of Buildings-Application", *Int. Jour. of Engrg. Structures*, 22, 210-221.
6. FEMA-350 (1997). NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Moment Steel Frame Buildings.
7. Kannan, A.E. and Powell, G.H. (1973). "Drain-2D: A General-Purpose Computer Program for Dynamic Analysis of Inelastic Plane Structures", Report no. EERC 73-6, Univ. of California, Berkeley, California.
8. Prakash, V., Powell, G.H., and Campbell, S. (1994). "Drain-3DX: Base Program Description and User Guide", Report no. UCB/SEMM-94/07, Dept. of Civil Engrg., Univ. of California, Berkeley, California.
9. "Ansys General Purpose Finite Element Program", Revision 5.4 (1997). Swanson Analysis Systems, Inc, Houston, PA, USA.
10. آین نامه طرح ساختمان‌هادر برابر زلزله ۲۸۰۰ ویرایش دوم.
11. CEB (1997). "Seismic Design of Reinforced Concrete Structures for Controlled Inelastic Response", Thomas Telford, London, UK.
12. Shibata, A. and Sozen, M.A. (1976). "Substitute-Structure Method for Seismic Design in RCs", *J. of the Structural Division, ASCE*, 102, 1-18.
13. Tehranizadeh, M. and Safi, M. (2003). "Displacement Based Seismic Design of Ductile Braced Steel Frames", *Journal of European Earthquake Engineering*, Issue 3, 10-26.
14. Tehranizadeh, M. and Safi, M. (2003). "Assessment of Damping Effects on the Displacement Based Design of Steel Braced Frames", *4th International Conf. on Seismology and Earthquake Engrg. (SEE4)*, Tehran, Iran.

در مسئله ارزیابی لرزه‌ای سازه‌ها مانند پیچش بعلت عدم تقارن جرم، سختی یا مقاومت، اثرات سه بعدی، اثرات منطقه‌ای و پارامترهای زلزله، اثرات خرابی‌های تجمعی، اثرات مدهای بالاتر و کاراتر شدن روش برای مهندسان باید مورد بررسی مشروح‌تری قرار گیرند. باید توجه داشت که اصلاح و تکمیل روش‌های طراحی لرزه‌ای خود منجر به اصلاح روش‌های ارزیابی لرزه‌ای هم خواهد گردید، چرا که ارزیابی لرزه‌ای به نوعی یک باز طراحی است. البته این مورد نباید با مسئله شناسایی سازه اشتباه گرفته شود [۱۴-۱۳].

## ۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع تقاضای شکل‌پذیری جانبی در سازه‌های مهاربندی شده، با آموزش کافی می‌تواند تخمین خوبی از تقاضای شکل‌پذیری نسبت به نتایج بدست‌آمده از تحلیل دینامیکی ارائه دهد. استفاده از چنین ابزاری برای طراحی اولیه و کاهش تکرارها مناسب است، ولی برای کنترل نهایی طرح ممکن است قابلیت اطمینان بالای نداشته باشد. این مسئله در مورد مدل شبکه عصبی پیشنهاد شده برای تخمین توزیع مفاصل پلاستیک در ستونها بر اساس پروفیل تقاضای تغییرشکل جانبی نیز صدق می‌کند. در هر حال استفاده از این ابزار زمان کلی طراحی بر مبنای چند تراز عملکردی را به شدت کاهش می‌دهد. در مثالهای ارائه شده متوسط این کاهش زمان نسبت به روش متداول حداقل ۷۵ درصد بوده است. شبکه‌های عصبی پس انتشار خطأ، می‌تواند ابزار بسیار مناسبی برای ارزیابی رفتار لرزه‌ای سازه‌های موجود باشد، البته اشاره شد که، این مسئله نباید با مسئله شناسایی سازه آسیب‌دیده اشتباه گرفته شود. همانطور که مشاهده گردید، در حالت ارزیابی رفتار سازه موجود در ترازهای عملکردی مختلف مجھولات مسئله بسیار کمتر از حالت شناسایی و طراحی اولیه سازه است. لذا این کاربرد بسیار سریعتر به جواب مورد نظر می‌رسد.

## مراجع

1. Krawinkler, H. (1998). "New Trends in Seismic Design Methodology", *10th European Conf. on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam.
2. صافی، محمد (۱۳۸۳). "طراحی ظرفیت و تحلیل دینامیکی غیرخطی سازه‌ها به کمک شبکه‌های عصبی"، پایان‌نامه دکترا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
3. Krawinkler, H. (1996). "Earthquake Design and Performance of Steel Structures", *Bulletin of NZ*

## فهرست علامات اختصاری

$Y_u^{in}$	: ورودی به گره خروجی	$A_g$	: سطح مقطع خالص ستون
$Y_u^{out}$	: خروجی گره خروجی	$E$	: مدول ارتقای
$Z_h^{in}$	: ورودی به گره	$f()$	: تابع تحریک گره
$Z_h^{out}$	: خروجی گره	$F_y$	: تنش جاری شدن
$Z_h$	: گره پنهان $h$ -ام از $H$ گره پنهان	$F_{yc}$	: حداقل تنش تسلیم مشخصه
$Z_c$	: مدول پلاستیک ستونها	$K_{eff}$	: سختی مؤثر
$\alpha$	: نرخ آموزش	$M_{eff}$	: جرم مؤثر
$Z_h$	: بایاس یا گره کمکی در گره داخلی	$P_{uc}$	: مقاومت فشاری مورد نیاز ستون
$v_h$	: بایاس یا گره کمکی در گره خروجی	$T$	: بردار خروجی هدف برای $U$ گره خروجی ( $t_1, t_2, \dots, t_U$ )
$v_u$	: پارامتر تابع سیگموئید	$T_{eff}$	: پریود مؤثر
$\sigma$	: تابع شکل تغییر یافته سازه	$V_{base}$	: برش پایه
$\phi$	: تغییرمکان حداکثر غیر ارتقای	$X$	: بردار ورودی آموزش برای $I$ گره ورودی ( $x_1, x_2, \dots, x_I$ )
$\Delta_{in}$	: تغییرمکان تسلیم سازه	$X_i$	: گره ورودی $i$ -ام که در آن علائم ورودی و خروجی یکسانند.
$\Delta_y$	: حداکثر تغییر مکان سیستم	$Y_u$	: گره خروجی $u$ -ام از $U$ گره خروجی
$\Delta_{max}$	: میرایی مؤثر		